



التمرين الأول : (3,0 ن)



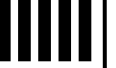
نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطتين $A(0, -1, 1)$ و $B(1, -1, 0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 2 = 0$

بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1, 0, 2)$ و أن شعاعها يساوي $\sqrt{3}$. ☐ 1 ☐ 1,25 ن

و تحقق من أن A تنتمي إلى (S) .
حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$ و بين أن : $x + y + z = 0$ هي معادلة ديكراتية للمستوى (OAB) . ☐ 2 ☐ 1,25 ن

بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في النقطة A . ☐ 3 ☐ 0,50 ن

التمرين الثاني : (3,0 ن)



حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 6z + 34 = 0$ ☐ 1 ☐ 1,00 ن

نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a = 3 + 5i$ و $b = 3 - 5i$ و $c = 7 + 3i$.
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة \vec{u} التي لحقها $4 - 2i$.

بين أن : $z' = z + 4 - 2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T . ☐ أ 2 ☐ 0,75 ن

بين أن : $\frac{b-c}{a-c} = 2i$ ☐ ب 2 ☐ 0,50 ن

استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية و أن : $BC = 2AC$. ☐ ج 2 ☐ 0,75 ن

التمرين الثالث : (3,0 ن)



يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كرات من الصندوق . ☐ 1 ☐ 1,00 ن

أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين و كرة خضراء . ☐ أ 1 ☐ 1,00 ن

بين أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو : $\frac{16}{21}$ ☐ ب 1 ☐ 1,00 ن

نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية : ☐ ج 1 ☐ 1,00 ن

" نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق "

أحسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .



$$g(x) = x - 2 \ln x$$

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي :
أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0; +\infty[$.

☐ ☐ I

0,50 ن

بين أن g تناقصية على المجال $]0; 2]$ و تزايدية على المجال $[2; +\infty[$.

☐ 1 I

0,50 ن

استنتج أن : $g(x) > 0$ لكل x من المجال $]0; +\infty[$ (لاحظ أن $g(2) > 0$) .

☐ 2 I

0,50 ن

$$f(x) = x - (\ln x)^2$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :
ليكن (\mathcal{C}) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

☐ ☐ II

أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و أول النتيجة هندسيا .

☐ 1 II

0,75 ن

بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع : $t = \sqrt{x}$ و نذكر أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) .

☐ 2 II

0,50 ن

استنتج أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$.

☐ 2 II

0,75 ن

أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثم استنتج أن المنحنى (\mathcal{C}) يقبل بجوار $+\infty$ فرعا شلجيميا و اتجاهه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.

☐ 2 II

0,50 ن

بين أن المنحنى (\mathcal{C}) يوجد تحت المستقيم (Δ) .

☐ 2 II

0,25 ن

بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$; $\forall x \in]0; +\infty[$ و بين أن f تزايدية قطعاً على $]0; +\infty[$.

☐ 3 II

0,75 ن

ضع جدول تغيرات الدالة f .

☐ 3 II

0,25 ن

بين أن : $y = x$ هي معادلة ديكرتية لمماس المنحنى (\mathcal{C}) في النقطة ذات الأفصول 1 .

☐ 3 II

0,50 ن

بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في $]0; +\infty[$. و أن : $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$.

☐ 4 II

0,50 ن

أرسم (\mathcal{C}) و (Δ) (نأخذ $e \approx 2,7$ و نقبل أن $I(e; e-1)$ نقطة انعطاف لـ (\mathcal{C})) .

☐ 5 II

1,00 ن

بين أن : $H : x \rightarrow x \ln x - x$ دالة أصلية للدالة $h : x \rightarrow \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$.

☐ 6 II

0,50 ن

ثم بين أن : $\int_1^e \ln x \, dx = 1$.

باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$.

☐ 6 II

0,75 ن

أحسب مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى (\mathcal{C}) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$.

☐ 6 II

0,50 ن

$$\begin{cases} u_{n+1} = f(u_n) ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

☐ ☐ III

بين أن : $1 \leq u_n \leq 2$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ (استعمل نتيجة السؤال II 3 أ) .

☐ 1 III

0,75 ن

بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية .

☐ 2 III

0,50 ن

استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها .

☐ 3 III

0,75 ن