المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الإمتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة الاستدراكية 2009

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسلكيها
مدة الانجاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,2,-1)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته هي : $2x+y+2z-13=0$
و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها $\Omega(1,0,1)$ و شعاعها 3 .

0,75 ن	1	أ	بين أن : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة $(\mathcal{S})$ و تحقق من أن A تنتمي إلى $(\mathcal{S})$.
0,75 ن	1	ب	أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى $(\mathcal{P})$ ثم استنتج أن المستوى $(\mathcal{P})$ مماس للفلكة $(\mathcal{S})$.
	2		ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A و العمودي على المستوى $(\mathcal{P})$.
0,75 ن	2	أ	بين أن $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) و أن $(6,-6,-3)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة : $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$.
0,75 ن	2	ب	أحسب : $\frac{\lVert\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\rVert}{\lVert\vec{u}\rVert}$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة $(\mathcal{S})$ في A .

التمرين الثاني : (3,0 ن)

1,00 ن	1		حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$.
	2		نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$. النقط A و B و C و D التي ألحاقها هي على التوالي : $a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.
0,50 ن	2	أ	أحسب : $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D نقط مستقيمية .
0,50 ن	2	ب	بين أن العدد $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة A بالتحاكي h الذي مركزه B و نسبته $\frac{3}{2}$.
1,00 ن	2	ج	أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\frac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $(\widehat{\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}})$ و أن : $PA=\sqrt{2}PD$.

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين .

0,50 ن	1		حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
1,50 ن	2		بين أن : $p[X=0]=\frac{1}{36}$ و $p[X=1]=\frac{7}{18}$.
1,00 ن	3		إعط قانون قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E[X]$.

www.baclive.blogspot.com

التمرين الرابع : (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1+4u_n}{7-2u_n} \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

1 تحقق من أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \ ; \ 1-u_{n+1} = \dfrac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ — 1,00 ن

ثم بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \ ; \ 1-u_n > 0$

2 نضع : $(\forall n\in\mathbb{N}) \ ; \ v_n = \dfrac{2u_n-1}{u_n-1}$

2 أ بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{6}$ ثم أكتب v_n بدلالة n . — 1,00 ن

2 ب بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \ ; \ u_n = \dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ و استنتج النهاية $\lim\limits_{n\infty} u_n$ — 1,00 ن

التمرين الخامس : (2 ن)

1 حدد دالة أصلية للدالة $x \to 2x(x^2-1)^{2009}$ على $\mathbb{R}$ و تحقق من أن : — 1,00 ن

$$\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{2009}\,dx = \frac{1}{2010}$$

2 باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\displaystyle\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1)\,dx = 6\ln 3 - 2$ — 1,00 ن

التمرين السادس : (6 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 أ تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R}) \ ; \ f(x) = x\left(\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$ — 0,50 ن

1 ب بين أن الدالة f زوجية و أن : $(\forall x\in\mathbb{R}) \ ; \ f(x) - x = \dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ — 1,00 ن

1 ج بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$ — 1,00 ن

ثم استنتج أن المستقيم $(D) : y = x$ مقارب للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$

2 بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يوجد أسفل المستقيم (D) على المجال $[0;+\infty[$. — 0,50 ن

3 أ بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}) \ ; \ f'(x) = \dfrac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ و تحقق من أن : $f'(0) = 0$. — 1,00 ن

3 ب بين أن : $\forall\, x \in [0;+\infty[\ ; \ e^{4x}-1 \geq 0$. — 0,50 ن

ثم استنتج أن : $\forall\, x \in [0;+\infty[\ ; \ e^{4x}-1+4xe^{2x} \geq 0$.

3 ج ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$. — 0,50 ن

4 أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ($(\mathscr{C})$ يقبل نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب). — 1,00 ن

www.baclive.blogspot.com